

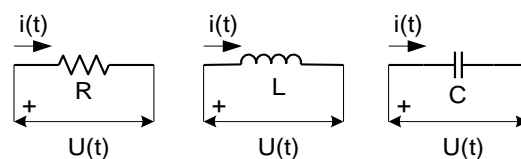
IV smena

Teorijska pitanja:

**P1.** Iskazati i zapisati generalisani Gausov zakon [2]? Kako se definiše energija elektrostatičkog polja [2]? Iskazati i zapisati generalisani Amperov zakon [2]. Iskazati i zapisati Faradejev zakon elektromagnetne indukcije [2]. Definisati Lorencovu silu [2].

**P2.** Šta je i kada nastupa fazna rezonancija [2]? Redna veza otpornika i kondenzatora priključena je na idealni naponski izvor. Kako se menja struja izvora kada frekvencija elektromotorne sile izvora opada [2]? Obrazložiti odgovor.

**P3.** Kroz idealne komponente: otpornik  $R$ , kalem  $L$  i kondenzator  $C$ , protiče ista struja,  $i(t) = I\sqrt{2}\cos(\omega t - \pi/4)$ , kao na slici. Odrediti fazore napona i struje na svakoj komponenti ponaosob i prikazati ih na fazorskom dijagramu [6].



Zadaci:

**Z1.** Dva jednaka nepokretna punktualna naelektrisanja  $Q_1$  nalaze se u tačkama  $O(0,0)$  i  $B(2x,0)$  u vakuumu. Obavezno nacrtati sliku (rešenje bez slike se ne boduje).

- Odrediti jačinu električnog polja [2] i potencijal [2] u tački  $M(x,0)$ .
- Iz tačke  $C(3x,0)$  pušteno je da iz mirovanja krene malo, pokretno naelektrisanje  $Q_2$  mase  $m$ . Odrediti njegovu trajektoriju i brzinu [2] u beskonačnosti.

**Podaci:**  $Q_1=Q_2=10[\text{nC}]$ ,  $m=10[\text{grama}]$ ,  $x=10[\text{cm}]$  i  $\epsilon_0=10^{-9}/36\pi[\text{F/m}]$ .

**Z2.** Napon praznog hoda nekog akumulatora je  $12[\text{V}]$ . Nakon priključivanja potrošača otpornosti  $5[\Omega]$  napon na kontaktima akumulatora je  $10[\text{V}]$ . Nacrtati šemu kola (rešenje bez šeme se ne boduje). Odrediti

- struju kroz potrošač [2],
- snagu zagrevanja potrošača [2],
- snagu zagrevanja akumulatora [2],
- ako se redno potrošaču veže još jedan isti takav potrošač, koliki je napon na kontaktima akumulatora [2]?

**Z3.** Redna veza otpornika  $R=1[\text{K}\Omega]$  i idealnog kalema  $L=1[\text{mH}]$  zatvaranjem prekidača u trenutku  $t=0$  priključuje se na idealnu bateriju ems  $E=1[\text{V}]$ . Obavezno nacrtati šemu kola (rešenje bez šeme se ne boduje). Odrediti struju  $i(t)$  [2] i napon  $u(t)$  [2] kalema tokom prelaznog procesa. Kolika je magnetna energija kalema u ustaljenom stanju [2] i posle koliko vremena se prelazni proces može smatrati završenim [2].

**Z4.** Na idealni prostoperiodični izvor elektromotorne sile  $e(t)=100\cdot\sin(400t)\text{V}$  paralelno su povezani otpornik  $R=100\Omega$  i idealni kalem induktivnosti  $L$ . Nacrtati električnu šemu kola (rešenje bez šeme se ne boduje). Odrediti induktivnost kalema tako da efektivne vrednosti struja kroz otpornik i kalem budu jednake [2]. Odrediti trenutne vrednosti struja kroz kalem [2] i otpornik [2]. Izračunati aktivnu, reaktivnu i prividnu snagu [2] izvora.

**P2.** Jačina struje izvora opada zbog povećanja impedanse kondenzatora  $Z_C = 1/(j2\pi f C)$ .

**Z1. a)**  $E_M(x,0)=0$  (zbog simetrije). Superpozicijom za potencijal se dobija:

$$V_M(x,0) = V_M(Q_{1uO}) + V_M(Q_{1uB}) =$$

$$2 \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{x} = \frac{10 \cdot 10^{-9}}{2\pi \cdot 10^{-9} / 36\pi} \frac{1}{0.1} = 1800V.$$

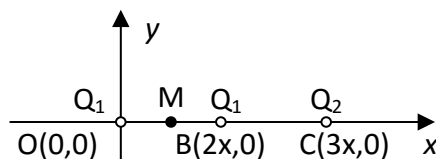
$$b) \Delta E_K = A_{nad Q_2}, m \cdot v_\infty^2 / 2 - m \cdot v_C^2 / 2 = Q_2 (V_C - V_\infty)$$

$$v_C = 0, V_\infty = 0. V_C = V_C|_{Q_1 u O} + V_C|_{Q_1 u B}, \quad \text{gde su}$$

$$V_C|_{Q_1 u O} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1}{3x} \quad \text{i} \quad V_C|_{Q_1 u B} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1}{3x - 2x}$$

$$\Rightarrow V_C = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0} \left[ \frac{1}{3x} + \frac{1}{x} \right] = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0} \frac{4}{3x} = \frac{10 \cdot 10^{-9}}{4\pi \cdot 10^{-9} / 36\pi} \frac{4}{0.3} = 1200V. \quad \text{Konačno } m \cdot v_\infty^2 / 2 = Q_2 V_C, \text{ pa je}$$

$$v_\infty = \sqrt{\frac{2Q_2 V_C}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10 \cdot 10^{-9} \cdot 1200}{10 \cdot 10^{-3}}} \approx 49 \text{ mm/s}. \quad \text{Trajektorija je } x \text{ osa}$$



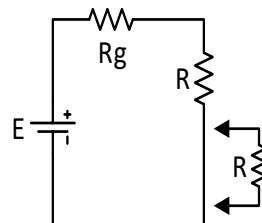
**Z2.** Ems akumulatora,  $E=12V$ .  $U=10V$  je napon na potrošaču od  $R=5\Omega$ , pa je struja kroz kolo  $I=U/R=10/5=2A$ .

$$U=E-R_g I, \text{ pa je } R_g=1\Omega.$$

$$P=RI^2=5 \cdot 2^2=20W=P.$$

$$P_g=R_g I^2=1 \cdot 2^2=4W=P_g.$$

Ukupno opterećenje akumulatora je sada  $R_u=R+R=2R=10\Omega$ , pa je struja  $I=E/(R_g+R_u)=12/(1+10)=12/11=1.1A$ , a napon na kontaktima  $U=E-R_g I=12-1 \cdot 1.1=10.9V$ .

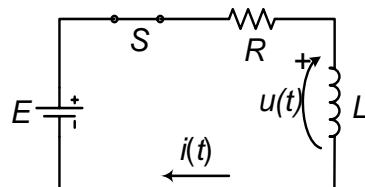


$$Z3. E = R \cdot i(t) + L \cdot \frac{di(t)}{dt} \Rightarrow \frac{di(t)}{dt} + \frac{R}{L} i(t) = \frac{E}{L}, i(0)=0.$$

$$i(t) = i_p(t) + i_h(t). \quad i_p(t) = \frac{E}{R}, \quad i_h(t) = K \cdot e^{-\frac{R}{L}t}.$$

$$s + \frac{R}{L} = 0 \Rightarrow s = -\frac{R}{L}, \quad \tau = \frac{1}{|s|} = \frac{L}{R} = 1[\mu s], \text{ pa je } i_h(t) = K \cdot e^{-\frac{R}{L}t}$$

$$\text{Konačno } i(t) = i_p(t) + i_h(t) = \frac{E}{R} + K e^{-\frac{R}{L}t}, \text{ a konstanta } K = -\frac{E}{R}$$



Struja kalema za  $t \geq 0$  je  $i(t) = \frac{E}{R} \cdot (1 - e^{-\frac{R}{L}t}) = 1(1 - e^{-10^6 t})[mA]$  a napon

$$u(t) = L \frac{d}{dt} i(t) = L \frac{E}{R} (-1) \left(-\frac{R}{L}\right) \cdot (e^{-\frac{R}{L}t}) = E e^{-\frac{R}{L}t} = 1e^{-10^6 t}[V].$$

$$W_m(\infty) = Li^2(\infty) / 2 = \frac{L E^2}{2 R^2} = \frac{1 \cdot 10^{-3}}{2} \frac{1^2}{(1 \cdot 10^3)^2} = 0.5[nJ], \quad 5\tau = 5\mu s$$

$$\mathbf{Z4.} \quad e(t) = 100 \cdot \cos(400t) \text{ V} \Rightarrow \bar{E} = 100 / \sqrt{2} \angle 0^\circ \text{ V.}$$

$$\bar{I}_R = \frac{\bar{E}}{\bar{Z}_R} = \frac{\bar{E}}{R}, \text{ onda je } I_R = |\bar{I}_R| = \frac{E}{R}.$$

$$\bar{I}_L = \frac{\bar{E}}{\bar{Z}_L} = \frac{\bar{E}}{j\omega L}, \text{ onda je } I_L = |\bar{I}_L| = \left| \frac{\bar{E}}{j\omega L} \right| = \frac{E}{\omega L}. \text{ Iz uslova } I_L = I_R \text{ sledi } \frac{E}{\omega L} = \frac{E}{R}, \text{ tj.}$$

$$\boxed{L = \frac{R}{\omega} = \frac{100}{400} = 0.25 [\text{H}]}$$

$$\bar{I}_R = \frac{\bar{E}}{\bar{Z}_R} = \frac{\bar{E}}{R} = \frac{100 / \sqrt{2}}{100} = \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ A} \Rightarrow i_R(t) = 1 \cdot \sin(400t) [\text{A}],$$

$$\bar{I}_L = \frac{\bar{E}}{\bar{Z}_L} = \frac{\bar{E}}{j\omega L} = \frac{100}{\sqrt{2} \cdot e^{j\frac{\pi}{2}} \cdot 400 \cdot 0.25} = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-j\frac{\pi}{2}} \Rightarrow i_L(t) = 1 \cdot \sin(400t - \pi/2) [\text{A}],$$

$$\bar{I} = \bar{I}_R + \bar{I}_L = \frac{1}{\sqrt{2}} - j \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ A}$$

$$\bar{S} = \bar{E} \cdot \bar{I}^* = \frac{100}{\sqrt{2}} \left( \frac{1}{\sqrt{2}} + j \frac{1}{\sqrt{2}} \right) = 50 + j50 = P + jQ, \Rightarrow P = 50 \text{ W}, S = 50\sqrt{2} \text{ VA}, Q = 50 \text{ VAr.}$$